طراحی یک کنترلر فازی برای کنترل زاویهٔ یک میکرومحرک پیچشیِ دو درجه آزاد در ورای محدودهٔ ناپایداری آن*

علیرضا خورشیدی[۱]   حمید معین‌فرد[۲]

چکیده میکرومحرک‌های پیچشی دارای طیف وسیعی از کاربردها در سوئیچ‌های نوری، نمایشگرها، اینترفرومتری، طیف‌بینی، تصحیح خطا و تصویربرداری‌های پزشکی می‌باشند. به‌منظور بهبود عملکرد این سیستم‌ها، مطلوب است دامنهٔ زاویهٔ کاری آینه‌ها و فرکانس نوسانات آنها افزایش یابد. برای نیل به این هدف مهم، باید مقدار فراجهش و زمان نشست در هنگام دنبال کردن فرمان داده شده به سیستم کمینه شود. هدفِ این مقاله ارائهٔ یک کنترلر فازی بهینه به‌منظور کنترل زاویه‌ای یک میکرومحرک پیچشی در محدودهٔ فراتر از ناپایداری کششی آن است. بدین منظور، یک مدل دو درجه آزادی با در نظر گرفتن هر دو حرکت دورانی و خطی میکرومحرک در نظر گرفته شده است. با استفاده از رویکرد انرژی مبتنی بر معادلات لاگرانژ، معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار دینامیکی سیستم استخراج گردیدند. در قدم بعدی پاسخ استاتیکی سیستم به‌صورت مختصر مطالعه شد. هم‌چنین، تأثیر ولتاژ و میرایی مربوط به هرکدام از درجات آزادی بر آستانهٔ ناپایداری مطالعه گردید. براساس حس و شناخت به‌دست آمده از مطالعات فوق، قوانین کلامی و قوانین اگر-آن‌گاه مرتبط با آنها جمع‌آوری شد. با استفاده از ترکیب معروف فازی‌ساز نقطه‌ای، موتور استنتاج حاصل‌ضرب و نافازی‌ساز مرکز سطح در کنار قوانین اگر-آن‌گاه به‌عنوان قلب سیستم فازی، کنترلر فازی طراحی گردید. کنترلر فازی پیشنهادی برای یک میکرومحرک خاص مورد آزمایش قرار گرفت. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که میکرومحرک به‌کمک کنترلر فازی طراحی شده به‌خوبی قابلیت دنبال کردن فرمان پلهٔ مورد نظر را در هر دو حالت قبل و بعد از محدودهٔ ناپایداری کششی داراست. این قابلیت در کنار فراجهش و زمان نشست قابل قبول نشان‌دهندهٔ کارایی بالای کنترلر فازی طراحی شده است و انتظار می‌رود بتواند به‌خوبی برای تحلیل و بهینه‌سازی میکرومحرک‌های پیچشی به‌منظور بهبود عملکرد دینامیکی آنها مورد استفاده قرار گیرد.

واژه‌های کلیدی کنترلر فازی; کنترل زاویه; میکرومحرک; ناپایداری کششی.

Beyond Pull-in Stabilization of a 2-DOF Torsional Micro-Actuator using a Fuzzy Controller

A. Khorshidi   H. Moeenfard

Abstract *Torsional micro-actuators have found variety of applications in optical switches, displays, interferometry, spectroscopy, abbreviation correction and biomedical imaging. In order to improve the performance of these systems, it is usually desirable to maximize their operating angle amplitude and their switching frequency. To reach this, the overshoot and the settling time of the system in following desired outputs should be minimized. The objective of this paper is to propose an optimal fuzzy controller to stabilize the angle of a torsion micro-actuator beyond its pull-in range. To do so, a dynamic model considering both rotational and translational degrees of freedom is considered. Using Lagrange equations, the differential equations of motion are derived. In the next step, the static behavior of the system is briefly reviewed. Also the effects of applied voltage and damping coefficient on both degrees of freedom are studied briefly. Based on the resulting understanding from the system, the required linguistic IF-THEN rules are derived. Using the famous combination of singleton fuzzifier, product inference engine and center average defuzzifier along with the fuzzy IF-THEN rules as the heart of the fuzzy system, a fuzzy controller is designed and simulated. The results show that the use of the designed controller and the closed-loop system can perfectly follow the commands either within or beyond the pull-in range with an acceptable overshoot and small settling time. It is expected that the designed controller be successfully utilized in analysis and optimization of torsional micro-actuators for better dynamic performance.*

Key Words Fuzzy controller; Angle control; Micro actuator; Pull-in instability.

*تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۸/۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۳/۲۴ می‌باشد.

(۱) دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۲) نویسندهٔ مسئول: استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد. h_moeenfard@um.ac.ir

مقدمه

سیستم‌های نانو/میکرو الکترومکانیکی (Nano/Micro-Electro-Mechanical Systems (N/MEMS)) از دو صفحهٔ خازنی موازی استفاده می‌کنند که یکی از آن‌ها به‌صورت الکترواستاتیکی تحریک می‌شود و مقدار جابه‌جایی آن توسط تغییر ظرفیت در خازن رصد می‌گردد [1]. امروزه پیشرفت‌های چشمگیری در حوزهٔ تکنولوژی سیستم‌های N/MEMS صورت گرفته است. هزینهٔ تولید کم، راندمان بالای تولید، وزن کم، ابعاد کوچک، دوام بالا، انرژی مصرفی کم و سازگاری با مدارهای مجتمع الکترونیکی باعث افزایش جذابیت این سیستم‌ها شده است [2, 3]. افزایش نقش سیستم‌های N/MEMS در سیستم‌های نوری باعث پیدایش یک گروه جدید از سیستم‌های MEMS به نام سیستم‌های میکرو الکترومکانیکی نوری (Micro-Opto-Electro-Mechanical Systems (MOEMS)) گردید. به‌عنوان مثالی از این سیستم‌ها می‌توان به میکروآینه‌ها و هم‌چنین میکرومحرک‌های پیچشی اشاره نمود. میکروآینه‌های الکترواستاتیک، در نقش محرک، دارای کاربردهای متعدد در شبکه‌های نوری مانند سوئیچ‌های نوری و اتصال‌های ضربدری (Cross Connections) می‌باشند [4, 5]. در کاربردهایی مانند سوئیچ‌های نوری، برای کاهش زمان بین هر عملیات قطع و وصل موفق، لازم است میکروآینه دارای کمترین زمان نشست و فراجهش ممکن باشد. در کنار این موضوع نیاز است دامنهٔ کاری زاویهٔ دوران آینه که به‌وسیلهٔ آستانهٔ ناپایداری کششی محدود شده است نیز افزایش یابد [6].

تاکنون روش‌های کنترل غیرخطی متنوعی به‌منظور پیاده‌سازی در سیستم‌های میکرو الکترومکانیکی ارائه گردیده است. چو و پیستر [7] یک میکرو دستگیره (Micro gripper) را به‌صورت تئوری پایدار نمودند. لو و فِدِر [8]، کنترلری برای ساز و کار خودکنترلی یک میکروآینه در ورای محدودهٔ ناپایداری حلقهٔ باز سیستم ارائه نمودند. جونیائو و همکاران [9]، زاویه دورانی یک آینهٔ نوری دومحوره را با استفاده از روشی نوین کنترل نمودند. یزدی و همکاران [10] با استفاده از روش مود لغزشی موفق به ارائهٔ یک راه حل کنترلی برای کنترل یک میکروآینه در ورای حد ناپایداری ذاتی سیستم شدند. ژائو و همکاران [11] با استفاده از یک روش کنترل فیدبک به نام روش کنترل مود لغزشی انتگرالی، موفق به کنترل یک میکرو آینهٔ دومحوره در ورای آستانهٔ ناپایداری آن شدند. معین‌فرد و همکاران [12] با پیشنهاد یک کنترلر فازی توانستند یک میکروآینهٔ دو محوره را ورای آستانهٔ ناپایداریش کنترل کنند. ملمیر و سالاریه [6] با ارائهٔ یک کنترلر فازی- عصبی، زاویهٔ یک میکروآینهٔ پیچشی را کنترل و مقاومت آن را نسبت به اغتشاشات بیرونی افزایش دادند.

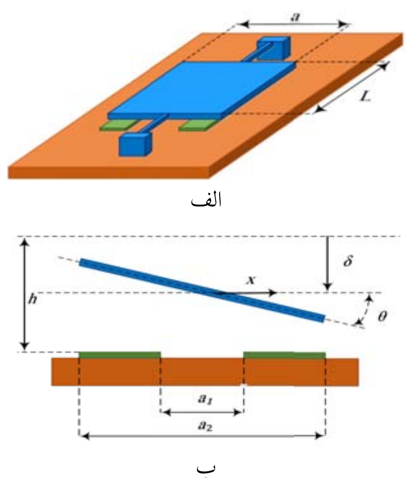
همان‌طور که مشاهده شد، بیشتر روش‌های مورد استفاده برای کنترل سیستم‌های MEMS نیازمند یک شناخت دقیق از دینامیک سیستم و هم‌چنین تأثیر سیگنال کنترلی بر خروجی سیستم می‌باشند. حتی در مرجع شمارهٔ [6] که کنترل به‌کمک منطق فازی صورت گرفته است، مدل ارائه شده برای میکروآینه یک مدل یک درجه آزادی است، در حالی که گزارش‌ها، نشان داده است یک مدل یک درجه ممکن است قادر به پوشش کامل و صحیح رفتار دینامیکی [13, 14] / استاتیکی [15] سیستم نباشد. بنابراین در این مقاله تلاش شده است یک مدل دو درجه آزادی با در نظر گرفتن هر دو حرکت دورانی و خطی میکرومحرک به‌منظور توسعهٔ یک کنترلر فازی مقاوم ارائه گردد.

منطق فازی برای اولین بار توسط دکتر لطفی‌زاده در قالب مقاله‌ای در سال ۱۹۶۵ معرفی گردید [16]. او به‌صورت مفصل‌تر ایدهٔ خود را در مقالهٔ سال ۱۹۷۳ [17] با معرفی مفهوم متغیرهای کلامی دنبال نمود. کنترلرهای فازی از نظر مفهومی بسیار ساده می‌باشند. آنها از یک مرحلهٔ ورودی، یک مرحلهٔ استنتاج و یک

مرحلهٔ خروجی تشکیل شده‌اند. مرحله ورودی، در واقع اطلاعات سنسور یا هر ورودی دیگر را توسط تابع عضویت‌های مناسب به مجموعه‌های فازی می‌نگارد. در مرحلهٔ استنتاج هر قانون فازی، مورد تحلیل قرار می‌گیرد و به‌ازای هر کدام یک نتیجه استنتاج می‌گردد و سپس با ترکیب همهٔ نتایج یک خروجی فازی تشکیل می‌شود و در مرحلهٔ آخر این خروجی فازی مجدداً به سیگنال کنترلی (غیرفازی) تبدیل می‌شود [18]. در این تحقیق از معادلات لاگرانژ برای به‌دست آوردن معادلات حاکم بر مدل دو درجه آزادی یک میکرومحرک یک‌محوره استفاده شده است. براساس رفتار دینامیکی شبیه‌سازی شده قوانین کلامی مناسب به‌منظور کنترل زاویهٔ میکرومحرک استخراج گردیده است. کنترلر فازی توسعه داده شده در هر دو حالت قبل و بعد از آستانهٔ ناپایداری تست شده است. نتایج به‌دست آمده حاکی از کارایی بالا و قابل قبول کنترلر فازی به‌عنوان کنترلر زاویه در میکرو محرک‌های پیچشی است.

فرمول‌بندی مسئله

میکرومحرک نشان داده شده در شکل (۱) در نظر گرفته شده است.



شکل ۱ نمای شماتیک، (الف) پرسپکتیو، (ب) روبه‌رو از یک میکرومحرک پیچشی

زمانی که ولتاژ محرک بین آینه و صفحهٔ زیرینش اعمال می‌گردد، آینه به اندازهٔ θ شروع به دوران می‌کند. از آن‌جایی که جهت نیروی اعمالیِ ناشی از ولتاژ محرک، عمود بر صفحهٔ آینه است، آینه در راستای قائم نیز به اندازهٔ δ جابه‌جا می‌شود. برای بالا بردن ارزش محاسباتی و راحتی در ارائهٔ نتایج، پارامترهای بی‌بعد زیر معرفی می‌گردند.

$$\Delta = \frac{\delta}{h_0} \qquad (۱)$$

$$\Theta = \frac{\theta}{\theta_{max}} \qquad (۲)$$

که در آن h_0 فاصلهٔ بین آینه و صفحهٔ زیرینش قبل از اعمال هرگونه ولتاژ تحریک می‌باشد و θ_{max} بیشترین زاویهٔ دوران ممکن در این حالت می‌باشد و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$\theta_{max} = \tan^{-1}(\frac{2h_0}{a}) \approx \frac{2h_0}{a} \qquad (۳)$$

در رابطهٔ (۳) همان‌طور که در شکل (۱) قابل مشاهده است، a عرض صفحه میکرومحرک می‌باشد.

به‌دست آوردن معادلات حاکم

در این بخش از معادلات لاگرانژ برای به‌دست آوردن معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار دینامیکی سیستم استفاده شده است. برای این منظور نیاز است تا انرژی‌های پتانسیل و جنبشی و هم‌چنین کار مجازی را برای سیستم محاسبه نمود.

انرژی پتانسیل سیستم نشان داده شده در شکل (۱) از دو بخش الکتریکی و مکانیکی تشکیل گردیده است.

$$U = U_{Elec} + U_{Mech} \qquad (٤)$$

که U انرژی پتانسیل کل، U_{Elec} بخش الکتریکی انرژی

پتانسیل و U_{Mech} بخش مکانیکی آن است.

برای به‌دست آوردن U_{Elec}، میتوان بـه سیسـتم بـه چشم یک خازن نگاه نمود که ظرفیت آن از رابطهٔ زیـر به‌دست می‌آید [19].

$$C=\frac{\varepsilon_0 L}{\theta_{max}}\frac{1}{\Theta}\ln\left(\frac{1-\Delta-\alpha\Theta}{1-\Delta-\beta\Theta}\right) \tag{۵}$$

در رابطهٔ (۵) ε_0 ثابت گذردهی خلأ، L طول آینه، α و β دو متغیر بی‌بعدِ نماینـدهٔ نقـاط شـروع و پایـان صفحهٔ محرک زیر آینه می‌باشـند و از رابطـه‌هـای زیـر به‌دست می‌آیند.

$$\alpha=\frac{a_1}{a} \tag{٦}$$

$$\beta=\frac{a_2}{a} \tag{٧}$$

کـه در ایـن رابطـه a_1، a_2 و a پارامترهـایی هندسـی هستند که در شکل (۱) نشان داده شده‌انـد. هـم‌چنـین U_{Elec} از رابطهٔ کلاسیک زیر قابل محاسبه است.

$$U_{Elec}=-\frac{1}{2}CV^2 \tag{۸}$$

که V ولتاژ تحریک اعمالی از سمت محرک است.

انرژی پتانسـیل کرنشـی ذخیـره شـده در تیرهـای پیچشی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned}U_{Mech}&=\frac{1}{2}S_0\theta^2+\frac{1}{2}K_0\delta^2\\&=\frac{1}{2}S_0\theta_{max}^2\Theta^2+\frac{1}{2}K_0h_0^2\Delta^2\end{aligned} \tag{۹}$$

که S_0 و K_0 به‌ترتیـب ضـریب فنریـت مـؤثر تیرهـای نگهدارنـده در دو حالـت پیچشـی و عرضـی اسـت و به‌ترتیب از روابط (۱۱ و ۱۰) زیر قابل حصول است.

$$S_0=\frac{2GI_p}{l} \tag{۱۰}$$

$$K_0=\frac{24EI_b}{l^3} \tag{۱۱}$$

در این معادلات، l طول هر تیر نگهدارندهٔ پیچشی، I_p ممـان اینرسـی قطبـی سـطح مقطـع تیـر، I_b ممـان اینرسی دوم سطح مقطع تیر حول تـار خنثـی و G و E به‌ترتیب مدول الاستیسیتهٔ پیچشـی و مـدول یانـگ آن می‌باشند. برای یک تیر با سطح مقطع مستطیلی، مقادیر I_p و I_b از روابط زیر قابل حصول هستند.

$$\begin{aligned}I_p&=\frac{1}{3}tw^3\\&-\frac{64}{\pi^5}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^5}\tanh\frac{(2n-1)\pi t}{2w}\end{aligned} \tag{۱۲}$$

$$I_b=\frac{1}{12}wt^3 \tag{۱۳}$$

که t و w به‌ترتیب طول و عرض سطح مقطـع تیرهـای نگهدارنده می‌باشند.

حال انرژی جنبشی تیر به‌آسانی مطابق رابطـهٔ (١٤) قابل محاسبه است.

$$\begin{aligned}T&=\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}m\dot{\delta}^2\\&=\frac{1}{2}J\theta_{max}^2\dot{\Theta}^2+\frac{1}{2}mh_0^2\dot{\Delta}^2\end{aligned} \tag{١٤}$$

در این رابطه، m جرم آینه، J ممان اینرسـی قطبـی صفحهٔ آینه حول محور y است. هم‌چنین اپراتور پـرایم نشانگر مشتق نسبت به زمان است.

به‌عنوان آخرین قدم در آماده‌سازی ملزومات مورد نیاز برای استفاده از معادلات لاگرانـژ، نیـاز اسـت کـار مجازی حاصل از نیروها/گشتاورهای ناپایستار خارجی محاسـبه گردنـد. تنهـا نیـرو (F_d) و گشـتاور (M_d) ناپایستار خارجی اعمالی بـه سیسـتم، ناشـی از میرایـی لایهٔ فشردهٔ هوا بین آینه و صـفحهٔ زیـرینش مـی‌باشـد. معین‌فرد و احمدیان [1] نشان داده‌اند کـه میرایـی لایـهٔ فشردهٔ هوا در هر دو جهت دورانی و عرضی می‌توانـد به‌وسیلهٔ یک میرایی لزج خطی مدل گـردد. در حقیقـت می‌توان گفت:

$$F_d = -c_\delta \dot{\delta} = -c_\delta h \dot{\Delta} \quad (۱۵)$$

$$M_d = -c_\theta \dot{\theta} = -c_\theta \theta_{max} \dot{\Theta} \quad (۱۶)$$

که c_δ و c_θ به‌ترتیب ضریب میرایی دورانی و عرضی هستند.

حال کار مجازی به‌صورت زیر قابل حصول است.

$$\tilde{\delta} W_d = (M_d \hat{j} + F_d \hat{k})(\tilde{\delta}\theta \hat{j} + \tilde{\delta}\delta \hat{k}) = \theta_{max} M_d \tilde{\delta}\Theta + h_0 F_d \tilde{\delta}\Delta \quad (۱۷)$$

که در آن $\tilde{\delta} W_d$ کار مجازی، $\tilde{\delta}\theta$ و $\tilde{\delta}\delta$ جابه‌جایی‌های مجازی، $\hat{j}$ و $\hat{k}$ بردارهای یکه در راستای محورهای y و z می‌باشند.

با استفاده از معادلات لاگرانژ، معادلات دیفرانسیل حرکت میکرومحرک پیچشی به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند.

$$m_\Delta \ddot{\Delta} + c_\Delta \dot{\Delta} + K_\Delta \Delta = \frac{\overline{V}_\Delta^2}{\Theta}\left(\frac{1}{1-\Delta-\beta\Theta} - \frac{1}{1-\Delta-\alpha\Theta}\right) \quad (۱۸)$$

$$J_\Theta \ddot{\Theta} + c_\Theta \dot{\Theta} + K_\Theta \Theta = \frac{\overline{V}_\Theta^2}{\Theta^2}\left(\frac{1}{1-\Delta-\beta\Theta} - \frac{1}{1-\Delta-\alpha\Theta} + \ln\left(\frac{1-\Delta-\beta\Theta}{1-\Delta-\alpha\Theta}\right)\right) \quad (۱۹)$$

که

$$m_\Delta = m h_0^2 \quad (۲۰)$$

$$J_\Theta = J \theta_{max}^2 \quad (۲۱)$$

$$c_\Delta = c_\delta h_0 \quad (۲۲)$$

$$c_\Theta = c_\theta \theta_{max} \quad (۲۳)$$

$$K_\Delta = K_0 h_0^2 \quad (۲۴)$$

$$K_\Theta = S_0 \theta_{max}^2 \quad (۲۵)$$

$$V_\Delta = V\sqrt{\frac{\varepsilon_0 L}{2\theta_{max}}} \quad (۲۶)$$

$$V_\Theta = \frac{V}{\theta_{max}}\sqrt{\frac{\varepsilon_0 L}{2}} \quad (۲۷)$$

بی‌بعدسازی زمان در معادلات حرکت

به‌منظور بالا بردن ارزش محاسباتی و راحتی در ارائهٔ نتایج، بهتر است که معادلات به‌دست آمده نسبت به زمان نیز بی‌بعد گردند. برای این منظور، زمان بی‌بعد را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\tau = \Omega t \quad (۲۸)$$

که در آن

$$\Omega = \sqrt{\frac{K_\Theta}{J_\Theta}} \quad (۲۹)$$

با استفاده از رابطهٔ (۲۸)، روابط (۱۹ و ۱۸) می‌توانند به‌صورت بی‌بعد شده نسبت به زمان بازنویسی شوند.

$$\Delta'' + \zeta_\Delta \Delta' + \omega_n^2 \Delta = F_\Delta \quad (۳۰)$$

$$\Theta'' + \zeta_\Theta \Theta' + \Theta = F_\Theta \quad (۳۱)$$

که اپراتور پرایم معرف مشتق نسبت به زمان بی‌بعد است. هم‌چنین پارامترهای ارائه شده در این روابط به‌صورت زیر تعریف می‌گردند.

$$\zeta_\Delta = \frac{c_\Delta}{m_\Delta \Omega} \quad (۳۲)$$

$$\zeta_\Theta = \frac{c_\Theta}{J_\Theta \Omega} \quad (۳۳)$$

$$\omega_n^2 = \frac{K_\Delta}{m_\Delta \Omega^2} \quad (۳۴)$$

$$F_\Delta = \frac{V_\Delta^2}{m_\Delta\, \Omega^2\, \Theta}\left(\frac{1}{1-\Delta-\beta\Theta} - \frac{1}{1-\Delta-\beta\Theta}\right) \quad (۳۵)$$

$$F_\Theta = \frac{V_\Theta^2}{J_\Theta\, \Omega^2\, \Theta^2}\left(\frac{1-\Delta}{1-\Delta-\beta\Theta} - \frac{1-\Delta}{1-\Delta-\alpha\Theta} + ln\left(\frac{1-\Delta-\beta\Theta}{1-\Delta-\alpha\Theta}\right)\right) \quad (۳۶)$$

شبیه‌سازی دینامیکی میکرومحرک پیچشی

مشخصـات هندسـی و فیزیکـی میکرومحـرک مـورد بررسی در این بخش و بخش‌های بعدی در جدول (۱) آورده شده است.

قبل از شروع به شبیه‌سازی دینامیکی، داشتن یـک حل استاتیکی می‌تواند دید بهتری را از رفتار دینـامیکی محیا سازد. در حالت استاتیکی متغیرهـای Θ و Δ هـیچ تغییراتی نسبت به زمان ندارند. بنابراین در حالت تعادل استاتیکی معادلات (۱۹ و ۱۸) به فرم سـاده‌تـر زیـر در می‌آیند.

$$\omega_n^2 = \frac{V_\Delta^2}{m_\Delta\ \Omega^2\Theta}\left(\frac{1}{1-\Delta-\beta\Theta}-\frac{1}{1-\Delta-\beta\Theta}\right) \tag{۳۷}$$

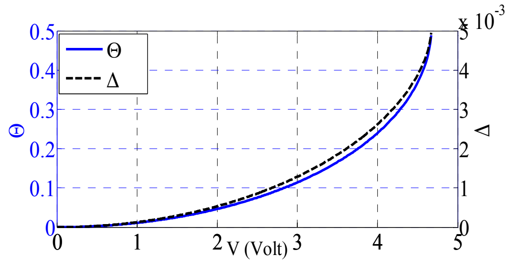
$$\Theta = \frac{V_\Theta^2}{J_\Theta\ \Omega^2\Theta^2} \left(\frac{1-\Delta}{1-\Delta-\beta\Theta}-\frac{1-\Delta}{1-\Delta-\alpha\Theta}+ln\left(\frac{1-\Delta-\beta\Theta}{1-\Delta-\alpha\Theta}\right)\right) \tag{۳۸}$$

حل استاتیکی معـادلات (۳۸ و ۳۷) در شـکل (۲) نشان داده شده است. همان‌طور که قابل مشاهده است، با افزایش ولتاژ القایی به‌صورت شـبه اسـتاتیک، زاویـه دورانی بی‌بعد شده، Θ، به‌همراه تغییر مکان قائم بی‌بعد شده، Δ، افزایش می‌یابند. زمانی‌که ولتاژ اعمالی به یـک مقدار حداکثری مشـخص (ولتـاژ ناپایـداری اسـتاتیکی V_p) می‌رسد، Θ و Δ به‌ترتیب مقـادیر حـداکثری خـود یعنی Θ_p و Δ_p را اختیار می‌کنند و ناپایداری اسـتاتیکی رخ می‌دهد. این شکل مـی‌توانـد بـرای محاسـبهٔ ولتـاژ مورد نیاز برای تثبیت آینه در هر زاویهٔ دلخواهِ کمتـر از زاویهٔ ناپایداری استاتیکی، Θ_p، سودمند باشد. برای این منظور کافیست که ولتاژ متناظر با زاویهٔ مورد نظـر را از شکل (۲) استخراج کرد و آن را به‌عنوان تحریک مـورد نیاز به میکرومحرک اعمال نمود. انتظـار مـی‌رود بـرای کنتـرل محـرک تحـت هـر زاویـهٔ مطلـوبِ Θ_d کـه $\Theta_d < \Theta_p$، ولتاژ نهایی کنترلر به ولتـاژ متنـاظر بـا Θ_d، قابل قرائت از شکل (۲) همگرا شود. این در حالیسـت که شکل (۲) هیچ پیشنهاد و ایده‌ای بـرای کنتـرل آینـه فراتر از حد ناپایداری آن نمی‌دهد.

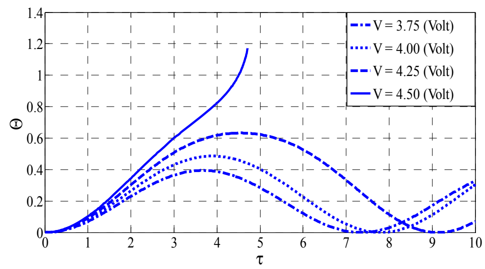
حال شرایط برای مطالعه پاسخ دینامیکی سیستم به ولتاژ ورودی به آن محیا مـی‌باشـد. بـا حـل هـم‌زمـان دسـتگاه معـادلات دیفرانسـیل داده شـده در روابـط (۳۰ و ۳۱) در ولتاژ تحریک ثابت، می‌توان بـه بررسـی تأثیر افـزایش ولتـاژ اعمـالی بـر زاویـهٔ دوران بـی‌بعـد محرک، Θ، پرداخت. نتایج این شبیه‌سازی در شکل (۳) نشان داده شده است. همان‌طور که در این شـکل قابـل مشاهده است، با عبور ولتـاژ از یـک مقـدار مشـخص، مقدار Θ از حداکثر مقدار قابل حصول عبور می‌کنـد و به‌عبارتی، نوعی از ناپایداری دینـامیکی در سیسـتم رخ می‌دهد و از منظر فیزیکی سیستم فرو می‌پاشد.

جدول ۱ مشخصات فیزیکی و هندسی میکرومحرک پیچشی تحت مطالعه

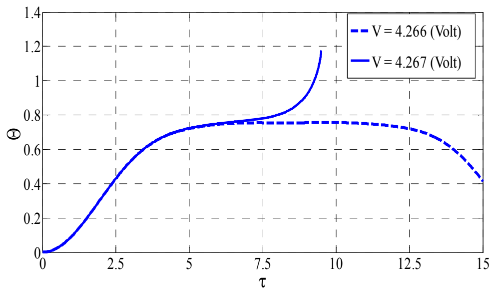
پارامتر	a	a_1	a_2	l	w	t	L	h	E	G
مقدار	۱۰۰	٦	۸٤	٦٥	۲	۱.٥	۱۰۰	۲.۷٥	۱۷۰	٦٦
واحد	μm	μm	μm	μm	μm	μm	μm	μm	GPa	GPa



شکل ۲ رفتار استاتیکی میکرومحرک پیچشی با مشخصات ذکر شده در جدول (۱)



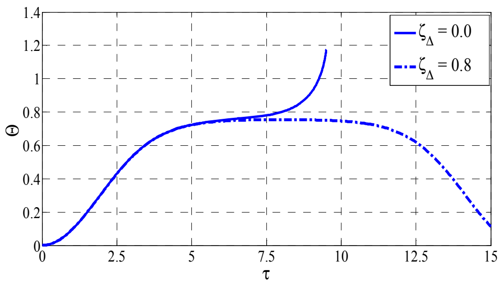
شکل ۳ تأثیر ولتاژ بر زاویهٔ دوران بی‌بعد و آستانهٔ ناپایداری میکرومحرک پیچشی



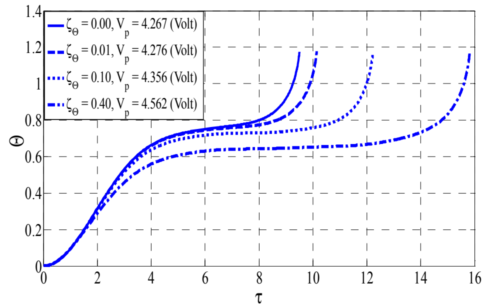
شکل ٤ ناپایداری کششی دینامیکی میکرومحرک پیچشی

شکل (۵) به‌منظور اثبات ضرورت استفاده از یک مدل دو درجه آزادی ارائه شده است. مشاهده می‌شود تنها با افزایش میرایی در راستای قائم، ζ_Δ، محدودهٔ پایداری سیستم افزایش پیدا می‌کند و به‌عنوان مثال سیستم، در V = 4.267 ولت دیگر ناپایدار نمی‌باشد. این مثال می‌تواند اثباتی بر این حقیقت باشد که یک مدل یک درجه آزادی نمی‌تواند به‌صورت دقیق و کامل رفتار دینامیکی سیستم را پیش‌بینی کند. بنابراین در این مقاله برای اولین بار از یک مدل دو درجه آزادی برای توسعهٔ کنترلر فازی به‌منظور کنترل زاویه‌ای میکرومحرک قبل و ورای آستانهٔ ناپایداری کششی آن استفاده گردیده است.

برای نشان دادن اثر میرایی در راستای درجهٔ آزادی دورانی، ζ_Θ، شکل (٦) ارائه شده است. در این شکل پاسخ دینامیکی سیستم در مقدار دقیق ولتاژ ناپایداری سیستم به‌ازای میرایی‌های دورانی متفاوت به تصویر کشیده شده است. نتایج حاصل شده حاکی از آن است که با افزایش ζ_Θ، مقدار ولتاژ ناپایداری نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۵ تأثیر میرایی در جهت قائم بر پایداری میکرومحرک پیچشی (شبیه‌سازی در ولتاژ V = 4.267 ولت)



شکل ٦ تأثیر میرایی در جهت دورانی بر ناپایداری کششی میکرومحرک پیچشی

مطالعات پارامتری انجام شده در این بخش، کمک خواهد کرد تا حس بهتری نسبت به سیستم پیدا کنیم و با کمک این شناختِ بهتر، به استخراج قوانین فازی اگر- آن‌گاه کامل‌تر، مؤثرتر و دقیق‌تری برای طراحی کنترلر فازی مورد نظر اقدام نماییم. اطلاعات دقیق‌تر در بخش بعدی بحث آورده شده است.

توسعهٔ کنترلر فازی

سیستم‌های فازی در واقع بر پایهٔ قوانین فازی و یا به‌عبارت دیگر بر پایهٔ شناخت ما از سیستم می‌باشند. مجموعه قوانین اگر– آن‌گاه به‌عنوان قلب یک سیستم فازی مورد استفاده قرار می‌گیرند. یک قانون اگر– آن‌گاه در واقع یک عبارت اگر– آن‌گاهی است که برخی کلمات در آن در قالب توابعی پیوسته، موسوم به توابع عضویت مشخص گردیده‌اند [20]. این قوانین اگر– آن‌گاه فازی باید برای استفاده با منطقی مشخص، با یکدیگر ترکیب شوند. استفاده از سیستم‌های فازی مختلف که از اصول متفاوتی تبعیت می‌کنند منجر به حالت‌های متفاوتی برای انجام این ترکیب می‌شود. ورودی‌ها و خروجی‌های یک سیستم فازی، مجموعه‌هایی فازی هستند، در حالی که در سیستم‌های مهندسی به‌طور معمول با مجموعه‌های اعداد سر و کار داریم. بنابراین سیستم‌های فازی معمولاً به یک بخش فازی‌ساز و یک بخش نافازی‌ساز مجهز می‌گردند که اولی وظیفهٔ تبدیل اعداد حقیقی به مجموعه‌های فازی و دومی وظیفهٔ تبدیل معکوس را بر عهده دارد.

از آن‌جایی که سیستم‌های فازی مبتنی بر قوانین فازی است، نیاز است تا قوانین اگر– آن‌گاه مناسبی با قابلیت پوشش رفتار دینامیکی سیستم استخراج گردند. نکتهٔ کلیدی برای اعمال یک کنترل خوب و مؤثر، شناسایی سیگنال کنترلی مناسب برای کنترل فازی است. از آن‌جایی که هدف، کنترل زاویهٔ محرک می‌باشد می‌توان از Θ و $\dot{\Theta}$ به‌عنوان ورودی‌های کنترلر سود جست. گزینه‌های احتمالی در دو دستهٔ کلی طبقه‌بندی می‌شوند: (الف) Θ و $\dot{\Theta}$ به‌صورتی هستند که سیستم به‌طور کلی به سمت مقدار مطلوب در حال نزدیک شدن است. (ب) Θ و $\dot{\Theta}$ به‌صورتی هستند که سیستم به سمت مقدار مطلوب مورد نظر نزدیک نمی‌شود. اطلاعات تکمیلی بیشتر دربارهٔ این دسته‌بندی‌ها و چگونگی کاربردهایشان در توسعهٔ کنترل فازی در ادامهٔ این بخش به‌صورت مختصر مورد بحث قرار خواهند گرفت.

برای راحتیِ بحث، ورودی‌های کنترلر در قالب e_Θ و $e_{\dot\Theta}$ به‌صورت زیر معرفی می‌گردند.

$$e_\Theta = \Theta_{desired} - \Theta \quad (٣٩)$$

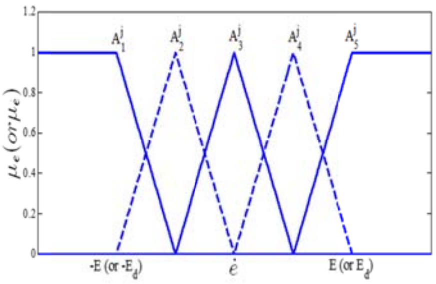
$$e_{\dot\theta} = \dot\Theta_{desired} - \dot\Theta \quad (٤٠)$$

براساس تعریف‌های فوق، جدول (٢) شامل قوانین فازی سیستم به‌صورت زیر ارائه می‌شود. در این جدول، A_1^j، A_2^j، A_3^j، A_4^j و A_5^j $(1 \le j \le 2)$ مجموعه‌های فازی معرفِ ورودی‌ها می‌باشند ($j = 1$ برای e_Θ و $j = 2$ برای $e_{\dot\theta}$). مجموعه‌های فازی مذکور به‌ترتیب معرف خیلی منفی، کمی منفی، تقریباً صفر، کمی مثبت و خیلی مثبت می‌باشند. توابع عضویت مجموعه‌های فازی معرفی شده در بالا در شکل (٧) نشان داده شده‌اند.

هم‌چنین در جدول (٢)، NZ (تقریبا صفر) و NL (نسبتاً زیاد) به‌ترتیب دو مجموعهٔ فازی معرف ولتاژ خروجی کنترلر به‌ترتیب با مرکزیت 0 و V_{max} می‌باشند.

جدول ٢ قوانین اگر–آن‌گاه فازی مورد استفاده برای کنترل میکرومحرک پیچشی

		$\dot{e}$				
		A_1^2	A_2^2	A_3^2	A_4^2	A_5^2
e	A_1^1	NZ	NZ	NZ	NZ	NZ
	A_2^1	NZ	NZ	NZ	NZ	NL
	A_3^1	NZ	NZ	NZ	NL	NL
	A_4^1	NZ	NZ	NL	NL	NL
	A_5^1	NZ	NZ	NL	NL	NL



شکل ٧ توابع عضویت مربوط به e_θ و $e_{\dot\theta}$

جدول (۲) شامل مجموعه قوانین کاملی است که تمامی حالت‌های ممکن برای سیستم را پوشش می‌دهد. برای مثال حالتی را در نظر بگیرید که e_Θ و $e_{\dot\Theta}$ خیلی مثبت باشند. در این حالت مطابق آن‌چه در جدول آمده است کنترلر برای رساندن سیستم به مقدار مطلوب، نیاز دارد تا ولتاژ نسبتاً زیادی را اعمال کند. به‌عنوان مثالی دیگر در حالتی که e_Θ کمی منفی و $e_{\dot\Theta}$ کمی مثبت باشد، سیستم با کمک خاصیت ارتجاعی تیرهای نگه‌دارنده به‌طور خودکار به سمت مقدار مطلوب سوق داده می‌شود و کنترلر مجبور به اعمال ولتاژ به سیستم نمی‌باشد و بدین ترتیب ولتاژ اعمالی تقریباً صفر برای کنترلر در نظر گرفته شده است.

با استفاده از قوانین پیشنهادی در جدول (۲) به‌عنوان قلب سیستم فازی و هم‌چنین ترکیب معروف فازی‌ساز نقطه‌ای، موتور استنتاجگر حاصل‌ضرب و نافازی‌ساز مرکز سطح در کنار آن، سیگنال کنترلیِ کنترلر فازی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$V(\Theta,\dot\Theta) = \frac{\sum_{p=1}^{5}\sum_{q=1}^{5}\mu_{A_p^1}(e_\Theta)\mu_{A_q^2}(e_{\dot\Theta})\bar{y}_{pq}}{\sum_{p=1}^{5}\sum_{q=1}^{5}\mu_{A_p^1}(e_\Theta)\mu_{A_q^2}(e_{\dot\Theta})} \qquad (٤١)$$

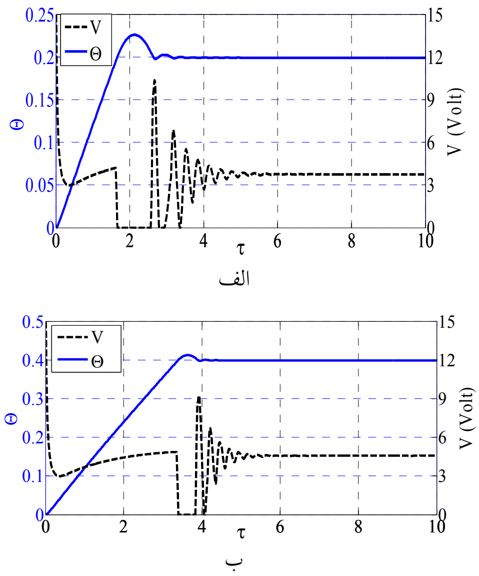
که در آن، $\bar{y}_{pq}$ مرکز مجموعه‌ی فازی ارائه شده در سطر pام و ستون qام جدول (۲) می‌باشد.

نتایج و بحث

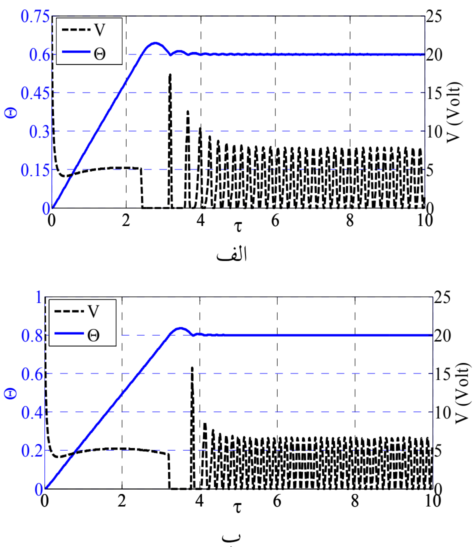
یک میکرومحرک پیچشی با مشخصات فیزیکی و هندسی آورده شده در جدول (۱) در نظر گرفته شده است. طبق نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی دینامیکی میکرومحرک پیچشی زاویهٔ ناپایداری استاتیکی این آینه ۰/٤٨٥٥ می‌باشد. در این بخش برای اثبات کارآمدی کنترلر فازی طراحی شده، دو فرمان پلهٔ متفاوت مورد استفاده قرار گرفته است. در ابتدا از میکرو محرک، خواسته شده است تا در زوایایی کمتر از مقدار زاویهٔ ناپایداری کششی استاتیکی پایدار شود. در مرحله بعد، هدف، کنترل زاویهٔ آینه در مقادیری بیشتر از آستانهٔ ناپایداری کششی آن است و در واقع در صورت موفقیت، کنترلر توانسته زاویهٔ کاری میکرو محرک را افزایش دهد و عملکرد آن را بهبود بخشد.

در شکل (۸) رفتار دینامیکی میکرومحرک تحت فرمان‌های پله $\Theta = 0.2$ و $\Theta = 0.4$ که هر دو مقداری کمتر از Θ_p دارند نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که میکرومحرک به طرز مطلوبی فرمان‌های صادر شده را با مقدار قابل قبولی فراجهش و زمان نشست نسبتاً کم دنبال می‌کند. هم‌چنین در هر نمودار، محور عمودیِ دیگری در سمت راست آن جهت نمایش سیگنال کنترلی که همان ولتاژ خروجی کنترلر باشد در نظر گرفته شده است. مطابق انتظار، در ابتدا مقدار ولتاژ اعمالی از طرف کنترلر به‌صورت قابل توجهی بالا می‌باشد تا بتواند زاویهٔ بی‌بعدِ میکرومحرک را در کمترین زمان ممکن به مقدار مطلوب خواسته شده برساند. از آن‌جایی که آینه با سرعت نسبتاً زیادی به مقدار مطلوب خود می‌رسد به‌طور ناخواسته از آن عبور می‌کند و وارد منطقهٔ فراجهش خود می‌شود. در این موقعیت، کنترلر، ولتاژ اعمالی خود را به صفر می‌رساند و به سیستم اجازه می‌دهد به مقدار مطلوب خود بازگردد. این فرآیند تا زمان تثبیت شدن نسبی آینه در مقدار خواسته شده تکرار می‌شود و در همین حال مشاهده می‌شود که در زمان تثبیت، ولتاژ اعمالی کنترلر نیز به یک مقدار مشخص میل می‌کند. همان‌گونه که پیشتر مورد بحث قرار گرفت این مقدار، همان ولتاژ متناظر با زاویهٔ خواسته شده در شکل (۸) می‌باشد.

بر خلاف مورد قبل، کنترل میکرومحرک، ورای آستانهٔ ناپایداری کششی آن، امری مشکل است. با این حال با توجه به قدرت و کارایی بالای منطق و کنترل فازی، نیازی به طراحی دوباره کنترلر برای این نوع پایدارسازیِ دشوار، حس نشد.



شکل ۸ پایدارسازی Θ در محدودهٔ قبل از آستانهٔ ناپایداری کششی، و همچنین سیگنال کنترلی مربوط به آن، V، برحسب زمان بی‌بعد، τ، برای (الف) $\Theta = 0.2$ (ب) $\Theta = 0.4$



شکل ۹ پایدارسازی Θ در محدودهٔ ورای آستانهٔ ناپایداری کششی، و همچنین سیگنال کنترلی مربوط به آن، V، برحسب زمان بی‌بعد، τ، برای الف) $\Theta = 0.6$ ب) $\Theta = 0.8$

بنابراین همان کنترلر فازی طراحی شده برای قسمت قبل، به‌منظور کنترل زاویه‌ای میکرومحرک، ورای آستانهٔ ناپایداری کششی آن نیز مورد استفاده قرار گرفته است. در شکل (۹)، نتایج شبیه‌سازی برای فرمان‌های پلهٔ بیشتر از زاویهٔ آستانهٔ ناپایداری کششی استاتیکی آورده شده است. مشابه قسمت قبل، سیستم با یک فراجهش قابل قبول و زمان نشست منطقی، فرمان‌های صادره را دنبال کرده و عملکرد مطلوبی از خود نشان داده است. تنها تفاوت بین این دو شبیه‌سازی این است که در کنترل ورای آستانهٔ ناپایداری، میکرومحرک ذاتاً ناپایدار می‌باشد و کنترلر مجبور است برای حفظ موقعیت زاویه‌ای مطلوب، تلاش خود را ادامه دهد و برخلاف مورد قبلی ولتاژ اعمالی به یک مقدار خاص میل نخواهد کرد.

مقایسهٔ کنترل فازی با PID

در این بخش به‌منظور بررسی عملکرد کنترلر فازی طراحی شده در بخش قبل، آن را با کنترلر کلاسیک PID مقایسه می‌کنیم. برای این منظور مقدار ولتاژ مورد نیاز برای کنترل میکرومحرک (V) را مطابق با فرمول (۴۲) به دو بخش مجزا تقسیم می‌کنیم.

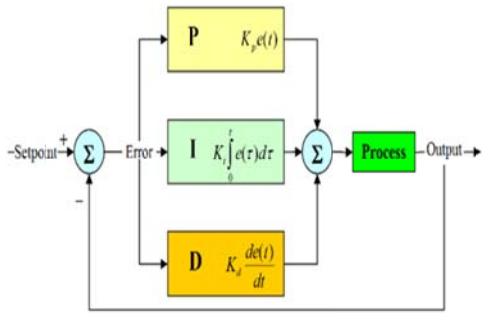
$$V = V_s + V_c \tag{۴۲}$$

که در آن V_s مقدار ولتاژ در تعادل استاتیکی میکرومحرک است و در نتیجه به مقدار $\Theta_{desired}$ بستگی دارد. این مقدار از داده‌های شکل (۲) قابل استخراج است. همچنین V_c همان ولتاژ خروجی کنترلر PID است و از فرمول کلاسیک زیر به‌دست می‌آید.

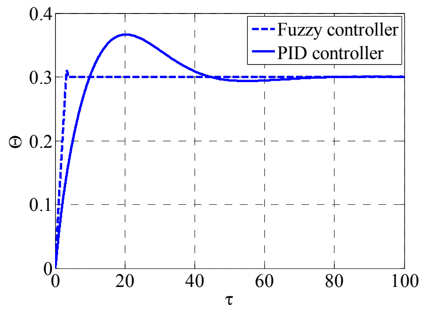
$$V_c = K_p\, e_\Theta + T_d\, e_{\dot\Theta} + \frac{1}{T_i}\int_0^t e_\Theta\, dt \tag{۴۳}$$

که e_Θ و $e_{\dot\Theta}$ در رابطه‌های (۴۰ و ۳۹) معرفی شده‌اند. همچنین K_p، T_d و T_i نیز سه ثابت کنترلر PID هستند که باید تعیین گردند.

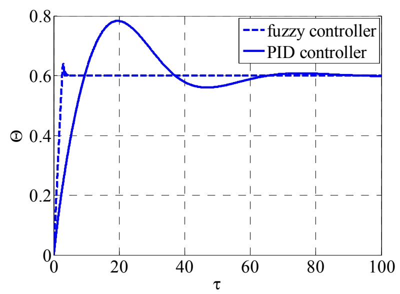
کنترلر PID مطابق دیاگرام بلوکی شکل (۱۰) در سیستم قرار می‌گیرد.



شکل ۱۰ شماتیک بلوک دیاگرام کنترلر PID در سیستم



(الف)



(ب)

شکل ۱۱ مقایسهٔ عملکرد کنترلر فازی با PID در حالت الف) قبل از ناپایداری کششی با $\theta_d = 0.3$ ب) بعد از ناپایداری کششی با $\theta_d = 0.6$

مطابق شکل (۱۰)، مقدار زاویهٔ آینه در هر لحظه به‌عنوان خروجی سیستم فیدبک گرفته می‌شود و این مقدار در عملگر جمع، از مقدار مطلوب خواسته شده کم می‌شود و مقدار خطا به‌دست می‌آید. این خطا به‌عنوان ورودی کنترلر وارد آن می‌شود و مقدار ولتاژ مورد نیاز را در هر لحظه محاسبه می‌نماید. این ولتاژ ورودی سیستم دینامیکی است و این چرخه تا رسیدن به نقطه مطلوب ادامه پیدا می‌کند.

در شکل (۱۱) نتایج کنترل سیستم با استفاده از کنترلر کلاسیک PID و کنترلر فازی در دو حالت پایدارسازی قبل از محدودهٔ ناپایداری کششی و بعد از آن آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، کنترلر PID در مقدار فراجهش و زمان نشست عملکرد به‌مراتب بدتری نسبت به کنترلر فازیِ ارائه شده در این مقاله دارا می‌باشد. این تفاوت به‌قدری فاحش است که قدرت منطق فازی در مقابل منطق‌های کلاسیکِ کنترلی را بدون نیاز به هیچ توضیح بیشتر، عیان می‌کند. شایان ذکر است که این عملکردِ کنترلر PID در محدوده‌های فراتر از ناپایداری کششی، ضعیف‌تر نیز خواهد شد.

جمع‌بندی

اهمیت مطالعه بر روی دینامیک و کنترل میکروموحرک‌های پیچشی به‌منظور شناختِ بهتر و کمک در راستای طراحی بهینه آنها امری روشن است. درحالی که حضور مواردی چون پیچیدگی تحلیل دینامیکیِ یک مدل دو درجه آزادی انتقالی-دورانی و هم‌چنین ناپایداری‌های دینامیکی و استاتیکی، باعث پیچیدگی و غیربدیهی شدن این مطالعه می‌گردد. از منظر طراحی، بازهٔ دوران این نوع محرک‌ها به‌طور شدیدی توسط آستانهٔ ناپایداری آنها محدود شده است. هم‌چنین درجهٔ آزادی انتقالی این میکروموحرک‌ها که تا کنون به‌طور معمول از آن صرف نظر شده است، می‌تواند به‌طور مؤثر، آستانهٔ ناپایداری آن را جابه‌جا کند. در این مقاله، با در نظر گرفتن هر دو درجهٔ آزادی انتقالی و دورانی، یک کنترلر فازیِ نوین به‌منظور کنترل زاویه‌ای میکروموحرک قبل و ورای آستانهٔ ناپایداری کششی آن طراحی شد. هم‌چنین عملکرد کنترلر پیشنهادی برای یک میکروموحرک خاص مورد آزمایش قرار گرفت. طبق نتایج شبیه‌سازی، سیستم مورد بحث به‌صورت سریع و مؤثر توانست فرمان‌های پلهٔ صادر

شده را دنبال کند. به‌علاوه مشاهده گردید در کنار حفظ فراجهش و زمان نشست در یک بازهٔ محدود و قابل قبول، کنترلر موفق به افزایش چشمگیر محدودهٔ زاویهٔ کاری محرک شد. در انتها به‌منظور مقایسهٔ کارایی کنترلر فازی و کنترلرهای کلاسیک، یک کنترلر PID ارائه شد. مشاهده گردید میزان فراجهش و زمان نشست در کنترلر فازی به‌مراتب کمتر از کنترلر کلاسیک PID می‌باشد. مدل دو درجه آزادی معرفی شده به‌همراه کنترلر فازی طراحی شده در این تحقیق می‌تواند به‌منظور مدل‌سازی دقیق، کنترل و هم‌چنین طراحی و بهینه‌سازی میکرومحرک‌ها مورد استفاده قرار بگیرد.

مراجع

1. Moeenfard, H. and Ahmadian, M.T., "The influence of vertical deflection of the supports in modeling squeeze film damping in torsional micromirrors", *Microelectronics Journal*, Vol. 43, pp. 530-536, (2012).
2. Younis, M.I., "Modeling and Simulation of Micro-electro-mechanical Systems in Multi-Physics Fields", *Dissertation, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University*, (2004).
3. Chao, P.C.P., Chiu, C.W. and Tsai, C.Y., "A novel method to predict the pull-in voltage in a closed form for micro-plates actuated by a distributed electrostatic force", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 16, pp. 986-998, (2006).
4. Zavracky, P.M., Majumder, S. and McGruer, N.E., "Micromechanical switches fabricated using nickel surface micromachining", *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 6, pp. 3-9, (1997).
5. Toshiyoshi, H. and Fujita, H., "Electrostatic micro torsion mirrors for an optical switch matrix", *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 5, pp. 231-237, (1996).
6. Malmir, H. and Salarieh, H., "Enhancing tilt range of electrostatic torsional micromirrors using robust adaptive critic-based neurofuzzy control", ISA Transactions, Vol. 53, pp. 1592-1602, (2014).
7. Chu, P.B. and Pister, K.S.J., "Analysis of closed-loop control of parallel-plate electrostatic microgrippers", *Robotics and Automation, Vol.1, IEEE International Conference* on, San Diego, (May 1994).
8. Lu, M.S.C. and Fedder, G.K., "Closed-loop control of parallel-plate micro-actuator beyond the pull-in limit", *Tech. Dig. IEEE Solid-State Sensor Actuator Workshop (Hilton Head Island, SC),* pp. 255-258, (2002).
9. Juneau, T., Unterkofler, K., Seliverstov, T., Zhang, S. and Judy, M., "Dual-axis optical mirror positioning using a nonlinear closed-loop controller", *TRANSDUCERS, Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems, Vol. 1, 12th International Conference*, Boston, (June 2003).
10. Yazdi, N., Sane, H., Kudrle, T.D. and Mastrangelo, C.H., "Robust sliding-mode control of electrostatic torsional micromirrors beyond the pull-in limit", *TRANSDUCERS, Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems, Vol. 2., 12th International Conference*, Boston, (June 2003).
11. Zhao, Y., Tay, F.E.H., Chau, F.S. and Zhou, G., "Stabilization of dual-axis micro-mirrors beyond the pull-in point by integral sliding mode control", *Micromech. Microeng*., Vol. 16, pp. 1242–1250, (2006).
12. Moeenfard, H., Ahmadian, M.T., Soroush, A. and Alasty, A., "Beyond pull-in stabilization of dual

axis micro-mirrors using fuzzy controllers", *ASME International Design Engineering Technical Conferences*, Montréal, (Agust 2010) .

13. Zhao, J.P., Chen, B., Huang, J.M. and Liu, A.Q., "A study of dynamic characteristics and simulation of MEMS torsional micro-mirrors", *Sensors and Actuators, A: Physical*, Vol. 120, pp. 199-210, (2005).
14. Daqaq, M.F., Abdel-Rahman, E.M. and Nayfeh, A.H., "Two-to-one internal resonance in microscanners", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 57 ,pp. 231-251, (2009).
15. Darvishian, A., Moeenfard, H., Ahmadian, M. T. and Zohoor, H., "A coupled two degree of freedom pull-in model for micro-mirrors under capillary force", *Acta Mech*, Vol. 223, pp. 387-394, (2011).
16. Zadeh, L.A., "Fuzzy sets," Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353, 6, (1965).
17. Zadeh, L.A., "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes", *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions,* Vol. SMC-3, pp. 28-44, (1973).
18. Wikipedia. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Fuzzy_control_system, (20/8/2014).
19. Moeenfard, H. and Ahmadian, M.T., "Analytical modeling of bending effect on the torsional response of electrostatically actuated micro-mirrors", *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, Vol. 124, pp. 1278-1286, (2013).
20. Wang, J., and Wu, H., "Fuzzy output tracking control of semi-linear first-order hyperbolic PDE systems with matched perturbations", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 254, pp. 47-66, (2014).